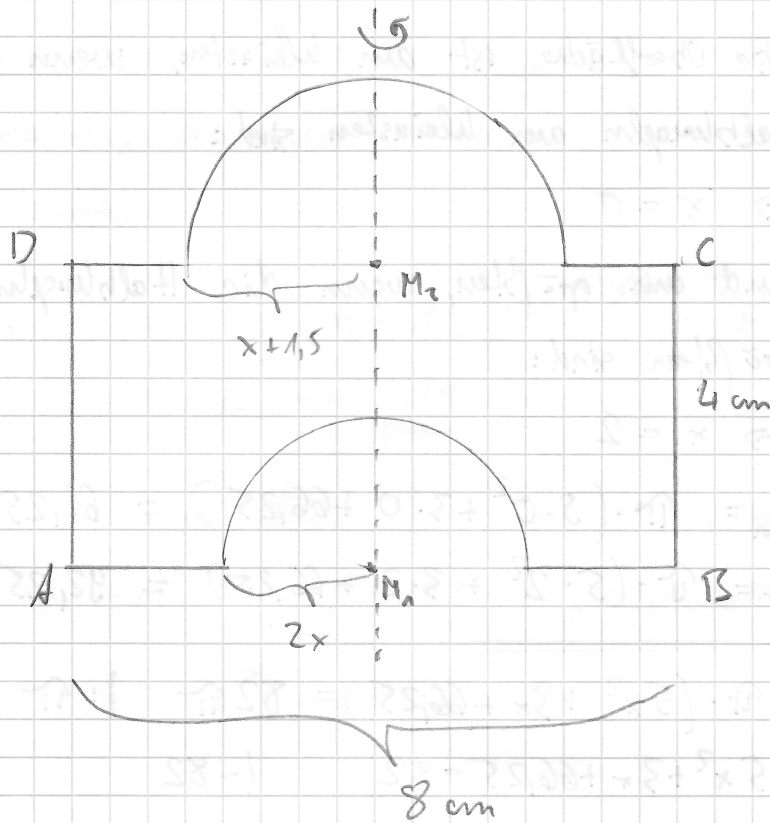


105/5

①

Skizze:



- a) Zylinder mit Halbkugel oben drauf und kleinerer Halbkugel unten weg.

$$O = O_Z - \text{Kreis}_{\text{unten}} - \text{Kreis}_{\text{oben}} + \text{Halbkugel}_{\text{unten}} + \text{Halbkugel}_{\text{oben}}$$

$$O_Z = 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot (4 + 4) = 64 \pi \text{ cm}^2$$

$$K_u = (2x)^2 \cdot \pi = 4x^2 \cdot \pi$$

$$K_o = (x+1,5)^2 \cdot \pi = (x^2 + 3x + 2,25) \cdot \pi$$

$$HK_u = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (2x)^2 \cdot \pi = 8x^2 \pi$$

$$HK_o = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (x+1,5)^2 \cdot \pi = (2x^2 + 6x + 4,5) \cdot \pi$$

$\pi$  nicht tippen und so lassen, weil es in der Aufgabe auch mit dabei ist.

Überlegung: wo will ich hin?

$$\begin{aligned} O(x) &= 64 \pi - 4x^2 \cdot \pi - (x^2 + 3x + 2,25) \cdot \pi + 8x^2 \pi \\ &\quad + (2x^2 + 6x + 4,5) \pi \\ &= \pi \cdot (64 - 4x^2 - x^2 - 3x - 2,25 + 8x^2 + 2x^2 + 6x + 4,5) \\ &= \pi \cdot (5x^2 + 3x + 66,25) \end{aligned}$$

→

$$b) 2x \leq 4 \quad \rightarrow \quad x \leq 2 \quad \text{und} \quad x \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \in [0; 2]$$

②

c) Die Oberfläche ist am kleinsten, wenn die Halbmengen am kleinsten sind:

$$\rightarrow x = 0$$

Und am größten, wenn die Halbmengen am größten sind:

$$\rightarrow x = 2$$

$$O_{\min} = \pi \cdot (5 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 66,25) = 66,25 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$O_{\max} = \pi \cdot (5 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 66,25) = 92,25 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$d) \pi \cdot (5x^2 + 3x + 66,25) = 82\pi \quad | : \pi$$

$$5x^2 + 3x + 66,25 = 82 \quad | -82$$

$$5x^2 + 3x - 15,75 = 0$$

$$a = 5$$

$$b = 3$$

$$c = -15,75$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-15,75) = 324 \rightarrow 2 \text{ Lsgen.}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{324}}{2 \cdot 5}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{324}}{2 \cdot 5}$$

$$x_1 = 1,5$$

$$x_2 = -2,1$$

$$L = \{1,5\}$$

$$e) V = V_{\text{Kegel}} - V_{\text{HK unten}} + V_{\text{HK oben}}$$

$$V_{\text{Kegel}} = 4^2 \cdot \pi \cdot 4 = 64\pi$$

$$V_{\text{HK unten}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (2x)^3 \cdot \pi = \frac{16}{3} x^3 \cdot \pi$$

$$V_{\text{HK oben}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (x+1,5)^3 \cdot \pi$$

$$= \frac{2}{3} \cdot (x+1,5)^3 \cdot \pi$$

weiter muss nicht sein  
 $\rightarrow$  Angabe e)

$$V(x) = 64\pi - \frac{16}{3} x^3 \cdot \pi + \frac{2}{3} (x+1,5)^3 \cdot \pi$$
$$= \pi \cdot \left( 64 - \frac{16}{3} x^3 + \frac{2}{3} (x+1,5)^3 \right)$$

$\rightarrow$

f)  $x$  kann ja nur zwischen 0 und 2 sein  
(Aufgabe b) deswegen reicht eine kleine  
Wertetabelle:

3

$$\text{Menn} \rightarrow L \rightarrow \pi \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot (x+1,5)^3 - \frac{16}{3} x^3 + 64 \right)$$
$$\rightarrow \text{FS} \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow 0,25 \rightarrow \text{FG}$$

Man sieht dann, dass der kleinste Wert bei  
2 ist. (da wird das meiste weggeschnitten)

$$V_{\min} = 156,81 \text{ cm}^3 \quad \text{bei } x = 2$$